Tijdschrift voor Economie en Management
Vol. XXX, nr. 1, 1985

Methoden ter bepaling van schadereserves

door D. STIERS*, M. GOOVAERTS* en F. DE VYLDER**

I. INLEIDING

Schadereserves worden aangelegd om in de toekomst de op het einde van het boekjaar niet geregelde schadegevallen te vergoeden. Het probleem van een juiste bepaling van de schadereserves is van groot belang, niet alleen vanuit boekhoudkundig oogpunt maar ook het premieniveau hangt rechtstreeks af van de schatting van schadereserves.

Deze bijdrage geeft een overzicht van methoden ter bepaling van schadereserves. Een aantal praktische voorbeelden worden numeriek uitgewerkt ter bepaling van de toekomstige betalingen en reserves voor de globale statistieken opgesteld door de C.D.V. (Controledienst der Verzekeringen) in de tak B.A. motorrijtuigen.

Schaderegelingen in verschillende takken van de zogenaamde niet-levensverzekeringen zijn meestal een meerjarige aangelegenheid. We denken hierbij bijvoorbeeld aan het geval dat de rechtbank moet uitmaken wie aansprakelijk is voor een ongeval, of welke de omvang is van een invaliditeitsrente.

Indien een verzekeringsmaatschappij op het eind van het jaar het premie-incasso zou vergelijken met het bedrag aan schaderegelingen voor dat jaar zou ten onrechte kunnen besloten worden dat een relatief klein deel van de ontvangen premies voldoen, zodat eveneens ten onrechte een premievermindering voor de volgende jaren zou kunnen voorgesteld worden. Inderdaad een belangrijk deel van de schadegevallen worden gewoonlijk slechts na een aantal jaren geregeld. Om

* K.U. Leuven.
** U.C.L., Louvain-la-Neuve.

aan deze toekomstige verplichtingen te kunnen voldoen, is het noodzakelijk (en wettelijk verplicht) op het einde van elk jaar een schatting te maken van de toekomstige betalingen voor ongevallen die reeds zijn opgetreden. Dit bedrag noemt men de schadereserve. Twee soorten schadereserves dienen hierbij onderscheiden te worden:

1. Reserves voor schadegevallen aangegeven bij de verzekeringsmaatschappij maar nog niet geregeld omdat de schadeomvang nog niet volledig bepaald is of eenvoudig omdat de betalingen nog niet uitgevoerd zijn. Deze reserves worden aangeduid onder de benaming IBNER (Incurred But Not Enough Reported).

2. Reserves die dienen aangeleg voor opgetreden schadegevallen die nog niet werden gerapporteerd. Deze reserves worden aangeduid onder de benaming IBNR (Incurred But Not Reported).

Tegenwoordig wordt de benaming IBNR-reserves echter ook gebruikt om de IBNER-reserves en de IBNR-reserves samen aan te duiden.

Het is van kapitaal belang dat deze reserve-schattingen zo goed mogelijk gebeuren: voor de meeste maatschappijen betekent een onderschatting van bijvoorbeeld 3% dat de vaste activa zullen moeten aangesproken worden.

Met behulp van de werkelijke betalingen en geschatte reserves wordt nagegaan of de premie voor dat bepaald risico voldoende was. Ook de winstuitkering en het voorafbetalen van belastingen hangt rechtstreeks af van deze schattingen. Indien de vooropgezette reserves de werkelijke betalingen goed benaderen, is het dikwijls mogelijk een goedkoper herverzekeringstarief te bekomen.

Deze bijdrage geeft een inzicht in 12 verschillende schattingsmethoden aan de hand van Belgisch cijfermateriaal. Volgende methoden worden behandeld: "chain-ladder" evenals de verschillende varianten, de kleinste kwadraten methode, de methode van E. Straub, de credibiliteitsmethode, de rekenkundige separatiemethode en de geometrische separatiemethode.

II. BESCHRIJVING VAN DE METHODEN

Bij de behandeling van het probleem ter bepaling van de schadereserves is het uitgangspunt de zogenaamde "run-off"-driehoek.

Jaar van ontstaan	Jaar van afwikkeling 0	1	2	…	$k-1$	k
0	C_{00}	C_{01}	C_{02}		$C_{0,k-1}$	C_{ok}
1	C_{10}	C_{11}	C_{12}		$C_{1,k-1}$	
2						
	$C_{k-1,0}$	$C_{k-1,1}$				
k	$C_{k,0}$					

De rijen hebben betrekking op het jaar van ontstaan van het schadegeval, zo correspondeert 0 met bijvoorbeeld 1970, 1 met 1971, enz. De kolommen hebben betrekking op het jaar van regeling van de schade. Zo zal C_{ij} een cijfer voorstellen met betrekking tot jaar i van oorsprong en geregeld j jaar na het ontstaan van het schadegeval. De cijfers C_{ij} kunnen gecumuleerde bedragen, reserves, betalingen voorstellen. We beschouwen nu achtereenvolgens de verschillende methoden die tot doel hebben de onbekende elementen te schatten, zodat deze driehoek uitgebreid wordt tot een matrix. Merken we nog op dat de elementen C_{ij} waarvoor $i+j = k+1$ al de cijfers met betrekking tot het jaar $k+1$ van uitbetaling voorstellen.

A. *De "chain-ladder" methode*

We veronderstellen hierbij dat de C_{ij} de gekumuleerde schadebedragen voorstellen, m.a.w. C_{ij} is het totale schadebedrag betaald in het jaar van ontstaan van het schadegeval en in de volgende j jaar met betrekking tot het jaar i van ontstaan van het schadegeval. Bij de oplossing van het probleem van het bepalen van de schadereserves volgens deze methode gaat men uit van de veronderstelling dat de kolommen proportioneel zijn, zodat alleen de proportionaliteitsfaktor m_h voor de overgang van kolom h naar kolom $h+1$ dient geschat. Een schatter $\hat{m}_h$ voor m_h is aldus een schatter voor $C_{i,h+1}$, C_{ih} voor alle i. Men neemt

$$\hat{m}_h = \sum_{i=0}^{k-h-1} C_{i,h+1} \Big/ \sum_{i=0}^{k-h-1} C_{ih}$$

Aldus zal

$$\hat{C}_{k1} = C_{k0}\,\hat{m}_0$$

$$\hat{C}_{k2} = \hat{C}_{k1}\cdot\hat{m}_1 = C_{k0}\,\hat{m}_0\hat{m}_1$$

en algemeen

$$\hat{C}_{ij} = C_{i,k-i}\prod_{h=k-i}^{j-1}\hat{m}_h$$

B. Variante 1 op de "chain-ladder"-methode

We veronderstellen hierbij dat de elementen S_{ij} die in de driehoek voorkomen de gecumuleerde schadebedragen gedeeld door het aantal ongevallen voorgevallen in jaar i voorstellen. Om deze cijfers te kunnen vergelijken over verschillende oorsprongjaren zal op het einde van elk jaar een schatting gemaakt worden van het aantal ongevallen die dat jaar voorgevallen zijn. Dit getal wordt dan beschouwd als noemer ter bepaling van S_{ij}. Uitgaande van de driehoek der gemiddelde gecumuleerde schadebedragen wordt de verhouding

$$d_{ij} = S_{i,j+1}/S_{ij}$$

berekend. Bemerk dat de "chain-ladder" methode uitgaat van de onderstelling dat al de faktoren van eenzelfde kolom gelijk zijn. De variante die we nu beschouwen veronderstelt een lineaire trend per kolom, zodat de driehoek met de elementen d_{ij} met behulp van een lineaire extrapolatie op elke kolom wordt uitgebreid tot een rechthoek. Door steeds het vorige element van dezelfde rij te vermenigvuldigen met de gepaste d-factor wordt de driehoek der S-waarden uitgebreid tot een volledige matrix. Daar de laatste twee kolommen van de d-driehoek onvoldoende elementen bevatten om een lineaire extrapolatie uit te voeren, worden deze kolommen uitgebreid met het rekenkundig gemiddelde van de gekende d_{ij}.

C. Variante 2 op de "chain-ladder"-methode

Deze variante veronderstelt, zoals de "chain-ladder" methode zelf, dat de verhoudingen tussen de kolommen van de S-driehoek constant zijn. Deze constante verhouding d_h voor de overgang van kolom h naar kolom $h+1$ wordt hier berekend als een gewogen gemiddelde van de gekende ontwikkelingsfactoren d_{ij} van dezelfde kolom j. Als gewichten kiest men $w_{ih} = i+h+1$, zodat we de recentste gegevens meer gewicht geven dan andere resultaten.

Men berekent dan:

$$\bar{d}_h = \sum_{i=0}^{k-h-1} w_{ij} d_{ih} / \sum_{i=0}^{k-h-1} w_{ih}$$

Eenmaal deze verhoudingen gekend, kan men, precies zoals bij de "chain-ladder" methode, de S-driehoek uitbreiden tot een rechthoek.

D. Variante 3 op de "chain-ladder"-methode

Deze variante is gebaseerd op een analoge redenering als deze van de samengestelde intrest-berekening. Er wordt verondersteld dat alle S_{ij}-schadebedragen van eenzelfde kolom gelijk zijn op een intrestaanpassing na. Stel $1+i_j = e^{\beta_j}$ de formule voor de intrestaanpassing over 1 jaar voor de $j$de kolom, dan is

$$S_{ij} = S_{0j}\, e^{i\beta_j}$$

daar S_{ij} i jaar later uitbetaald wordt dan S_{0j}. Door lineaire extrapolatie op deze "intrestvoeten" β_j bekomen we een schatting $\hat{\beta}_j$ voor de toekomstige intrestvoet. Met behulp van deze schattingen (één schatting per kolom) is het eenvoudig de driehoek der niet-cumulatieve gemiddelde schadebedragen s_{ij} te aktualiseren tot het laatst gekende jaar door middel van (s_{ij} zijn niet cumulatieve schadebedragen per ongeval)

$$s'_{ij} = s_{ij}\, \hat{\gamma}_j^{k-i-j} \quad \text{met} \quad \hat{\gamma}_j = e^{\hat{\beta}_j}$$

Per kolom wordt vervolgens het gewogen gemiddelde van de gekende s'_{ij} berekend. Door projectie van dit kolom gemiddelde met behulp van de "intrestvoeten" i_j per kolom j kan de driehoek aangevuld worden tot de matrix volledig wordt. Als schattingen voor de twee laatst gekende kolommen neemt men voor $\hat{\beta}_{k-1}$ en $\hat{\beta}_k$ de verhouding $ln \dfrac{S_{1,k-1}}{S_{0,k-1}}$ om voor de hand liggende redenen.

E. Variante 4 op de "chain-ladder"-methode

In de derde variante schat men de toekomstige "intrestvoet" per kolom. Intuïtief mag men verwachten dat deze kolom-intrestvoeten ongeveer gelijk zijn aan mekaar. Uit experimentele resultaten kan men concluderen dat dit onjuist is in de meeste gevallen. Deze vierde variante geeft een andere methode aan voor de bepaling van de intrest-schattingen. Men gaat uit van de idee dat het resultaat bekomen in de derde variante voor de eerste kolom ($ln\ \hat{\gamma}_0$) het best de werkelijke intrestaanpassing zal benaderen, daar deze schatting betrekking heeft op het grootst aantal gegevens. Hoe groter de kolomindex, hoe minder gegevens en bijgevolg hoe minder betrouwbaar de schatting van de betreffende $\hat{\gamma}_j$. Om hieraan te verhelpen nemen we een gewogen gemiddelde van het resultaat van de eerste en de $j$de kolom. Daar er kolomafhankelijke factoren een rol spelen mag het resultaat van de $j$de kolom niet volledig genegeerd worden. Uiteindelijk neemt men als schattingen

$$\hat{\gamma}'_j = (w_j \hat{\gamma}_j + (w_0 - w_j)\ \hat{\gamma})/w_j$$

$$met\ \hat{\gamma} = \sum_{j=0}^{k} w_j \hat{\gamma}_j / \sum_{j=0}^{k} w_j$$

en gewichten $w_j = (k-j)^2$

Men kiest $\hat{\gamma}_k = 1$.

F. Variante 5 op de "chain-ladder"-methode

Deze variante berust op dezelfde methode als de vierde variante, doch de toepassing geschiedt op de driehoek van de elementen $d_{ij}-1$. Hier veronderstelt men dus ook een zekere evolutie in het tijdstip van schaderegeling.

G. Variante 6 op de "chain-ladder"-methode

Ook deze variante maakt gebruik van de methode van de vierde variante. Nu echter wordt deze techniek toegepast op de driehoek der niet-cumulatieve gemiddelde betalingen s_{ij}.

H. De kleinste kwadratenmethode

We veronderstellen hierbij dat de c_{ij} de niet gecumuleerde schadebedragen voorstellen. Bij deze methode vertrekt men van de idee dat het deel dat geregeld wordt j jaar na het ontstaan van het ongeval steeds dezelfde fractie p_j bedraagt. Om dan x_i, het totale schadebedrag per jaar van oorsprong en om de vaste proporties per afwikkelingsjaar te bepalen, bepaalt men deze getallen (x_i, p_j) zodanig dat de kwadratische afwijking tussen de geschatte en gekende bedragen minimaal is. Men zoekt aldus

$$\sum_{ij} (c_{ij} - x_i p_j)^2$$

waarbij enkel gesommeerd wordt over de gekende cellen van de driehoek, te minimaliseren. Dit geeft aanleiding tot oplossen van volgend stelsel

$$x_i = \sum_j c_{ij} p_j / / \sum_j p_j^2$$

$$p_j = \sum_i c_{ij} x_i / / \sum_i x_i^2$$

De verhouding tussen de $(h+1)$de en de h-de kolom is dus

$$\frac{c_{i,h+1}}{c_{i,h}} = \frac{x_i p_{h+1}}{x_i p_h} = \frac{p_{h+1}}{p_h} = \text{constante}$$

Deze constante is onafhankelijk van de $i$de rij, hetgeen overeenkomt met de chain-ladder veronderstelling, zodat de daar gemaakte veronderstellingen eveneens hier geldig zijn. In dit model is echter het effect van een constante inflatie ingebouwd. Het effect van deze inflatie op het schadebedrag c_{ij} wordt enkel bepaald door het regelingsjaar $(i+j)$ zodat c_{ij} te benaderen is door $x_i p_j u^{i+j}$. Stelt men $x_i' = x_i u^i$ en $p_j' u^j$ dan is c_{ij} dus te benaderen door $s_i' p_j'$ zodat het model automatisch rekening houdt met deze inflatie. Dit stelsel vergelijkingen kan op eenvoudige wijze door iteratie opgelost worden.

I. Methode van Straub

We gaan hierbij uit van de veronderstelling dat de gecumuleerde schadebedragen gedeeld door de premies $(X_{ij} = C_{ij}/p_i)$ stochastische veranderlijken zijn.

Volgende assumpties worden gesteld:

- dat deze loss-ratio's over de verschillende voorvalsjaren onafhankelijk zijn (X_{ij} is onafhankelijk van X_{ij} als $i \neq i'$), wat een veronderstelling is waaraan in praktijk voldaan is;
- dat, afgezien van lukrake schommelingen, het verloop van de schaderegelingen hetzelfde is voor elk voorvalsjaar ($E(X_{ij}) = e_j$, onafhankelijk van i) wat bijvoorbeeld betekent dat de verhouding van

de in het voorvalsjaar zelf betaalde schade en de in dat jaar ontvangen premie, een constante is. Dit houdt dus in dat het tijdsverloop tussen het gebeuren en het regelen van het schadegeval, voor vergelijkbare gevallen constant moet zijn daar e_j onafhankelijk is van het voorvalsjaar. Hierbij veronderstelt men ook een constante inflatievoet daar, bij een plotse stijging van de inflatie, de premie-aanpassing pas nadien komt;

- dat de aard van het statistisch verband tussen 2 variabelen van hetzelfde voorvalsjaar, hetzelfde is voor alle voorvalsjaren en dat dit verband omgekeerd evenredig is met het premie-incasso ($\text{cov}(X_{ij}, X_{ij'}) = k_{jj'}/p_i$). Indien $j = j'$ vindt men hier de wet der grote aantallen in terug:

  $$\text{cov}(X_{ij}, X_{ij}) = \text{var } X_{ij} = \frac{k_{jj}}{p_i}$$

  of: hoe groter p_i (hoe meer premie-ontvangst, hoe groter het aantal contracten), des te kleiner is de variantie.

Straub zocht naar een schatter $\hat{\mu}_{qm}$ voor de verwachtingswaarde van de onbekenden X_{qm}, gegeven alle gekende getallen X_{ij}. Deze schatter is lineair in de observaties, heeft minimum-variantie en is onvertekend. De methode der multiplicatoren van Lagrange leidt vrij gemakkelijk tot een oplossing. Gezien echter de relatieve complexiteit van deze formules, wordt de geïnteresseerde lezer verwezen naar de werken vermeld in de bibliografie.

In de praktijk zijn echter de gemiddelden e_j en de covarianties k_{jj}, nooit gekend zodat ook deze cijfers moeten geschat worden. Het welslagen van deze methode hangt hoofdzakelijk af van de schattingen van deze getallen.

J. De credibiliteitsmethode

De credibiliteitsmethode maakt ongeveer dezelfde veronderstellingen als deze die optreden bij de methode van Straub. De afhankelijkheid van het jaar van oorsprong wordt hier echter opgevangen door een model dat komt uit de zogenaamde credibiliteitstheorie. Voor een volledige beschrijving van het model wordt verwezen naar de gespecialiseerde literatuur vermeld in de bibliografie.

K. De rekenkundige separatiemethode

Daar waar de kleinste kwadratenmethode het totale schadebedrag per voorvalsjaar verdeelt over de verschillende afwikkelingsjaren, doet deze methode hetzelfde voor het totale bedrag per betalingsjaar. Merk op dat alle elementen van dezelfde diagonaal van de "run-off"-driehoek betrekking hebben op hetzelfde betalingsjaar. Men gaat er hierbij dan van uit dat elk niet-cumulatief schadebedrag s_{ij} te schrijven is als het product van r_j (enkel afhankelijk van het afwikkelingsjaar j) en λ_{i+j} (enkel afhankelijk van het betalingsjaar $i+j$). Aldus bekomen we volgend model voor de driehoek der gekende resultaten:

		afwikkelingsjaar			
		0	1	$k-1$	k
voor-vals-jaar	0	$r_0\lambda_0$		$r_{k-1}\lambda_{k-1}$	$r_k\lambda_k$
	1	$r_0\lambda_1$		$r_{k-1}\lambda_k$	
	2				
	$k-1$	$r_0\lambda_{k-1}$	$r_1\lambda_k$		
	k	$r_0\lambda_k$			

Daar het intuïtief duidelijk is dat $\sum_{j=O}^{k} r_j = 1$, zal de som van de laatst gekende diagonaal $(s_{kO} + s_{k-1,1} + \ldots + s_{Ok})$ gelijk zijn aan $\hat{\lambda}_k$. Nu wordt s_{ok} benaderd door $r_k\lambda_k$ zodat $\hat{r}_k = \frac{s_{ok}}{\hat{\lambda}_k}$. Het herhaaldelijk toepassen van deze redenering geeft uiteindelijk volgende formules:

$$\hat{\lambda}_j = \frac{d_j}{1 - \sum_{k=j+1}^{k} \hat{r}_h} \qquad j = 0, \ldots, k-1$$

$$\hat{r}_j = \frac{v_j}{\sum_{h=j}^{k} \hat{\lambda}_h}$$

met d_j de som van de elementen van de $j$de diagonaal en v_j de som van de gekende elementen van de $j$de kolom. Uit de gekende $\hat{\lambda}$'s extrapoleert men vervolgens de onbekende variabelen $\hat{\lambda}_{k+1}, \hat{\lambda}_{k+2}, \ldots, \hat{\lambda}_{2k}$ zodat men de driehoek kan uitbreiden tot een matrix.

L. De geometrische separatiemethode van Taylor

In plaats van te stellen dat de som van alle r_j gelijk 1 is wordt bij deze methode verondersteld dat hun produkt de eenheid is

$$\sum_{j=0}^{k} r_j = 1$$

Een analoge redenering als deze die we gemaakt hebben bij de rekenkundige separatiemethode, levert de volgende formules

$$\hat{\lambda}_h = \left(E_h \prod_{j=h+1}^{k} \hat{r}_j\right)^{1/(h+1)}$$

$$\hat{r}_h = \left(W_h / \prod_{j=h}^{k} \hat{\lambda}_j\right)^{1/(k-h+1)}$$

met E_h het produkt van alle elementen van de $h$de diagonaal en W_h het produkt van alle gekende elementen van de $h$de kolom.

Opmerking

Bij het beschrijven van de methodes ter bepaling van schadereserves werd herhaaldelijk gebruik gemaakt van de techniek der lineaire extrapolatie. Daar de betalingen- en de reservetoename jaar na jaar in de meeste gevallen zeker niet lineair gebeurt (denk bijvoorbeeld aan een nieuw produkt), zal het soms voordeel opleveren in plaats van een lineaire extrapolatie op de X waarden een lineaire extrapolatie op de resultaten $1/X$, $\sqrt{X}$, en $ln\ X$ uit te voeren. Door terugtransformeren krijgen we dan de geëxtrapoleerde waarden.

III. EMPIRISCHE STUDIE VAN DE AANGEGEVEN IBNR-METHODEN

De hoger geschetste schattingsmethoden werden toegepast op de zes deeltakken en het totaal van de verzekering Burgerrechtelijke Aansprakelijkheid Motorrijtuigen. De gegevens zijn afkomstig uit de jaarverslagen van de Controledienst der Verzekeringen en hebben betrekking op de ganse Belgische markt. De resultaten van de voorvalsjaren 1972 tot en met 1980 werden als gegeven beschouwd. Voor elke deeltak en ook voor het totaal werden de betalingen in 1981 en de uitstaande reserves op het eind van 1981 geschat. De resultaten bekomen aan de hand van de verschillende methoden worden vergeleken met de reële bedragen.

A. *De brutogegevens voor het risico "B.A. personenwagens"*

TABEL 1

Driehoek der betalingen (in duizenden franken)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1972	2.147.671	2.291.229	869.408	698.784	622.365	447.240	358.258	256.471	187.865
1973	2.558.623	2.437.859	1.076.331	939.982	664.236	497.725	351.055	259.785	
1974	2.573.562	2.814.835	1.012.492	764.892	607.539	499.583	360.220		
1975	3.199.120	2.897.855	1.125.877	790.043	590.266	515.204			
1976	3.652.402	3.679.192	1.185.669	896.911	683.926				
1977	4.633.932	4.235.985	1.422.415	994.067					
1978	5.110.027	4.560.434	1.493.680						
1979	5.376.044	4.823.084							
1980	5.695.479								

TABEL 2

Driehoek der reserves (in duizenden franken)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1972	7.079.517	4.594.346	3.499.286	2.766.960	2.173.168	1.669.657	1.324.887	1.015.568	810.384
1973	7.852.293	5.344.628	4.198.790	3.181.480	2.397.202	1.800.202	1.399.667	1.118.544	
1974	8.621.558	5.859.905	4.395.521	3.329.462	2.574.569	1.803.989	1.406.876		
1975	10.021.352	6.739.732	4.919.492	3.721.212	2.967.613	2.967.613	2.091.861		
1976	11.523.608	7.651.942	5.835.826	4.456.923	3.471.730				
1977	13.178.026	8.965.175	6.741.141	5.285.479					
1978	14.687.174	9.670.905	7.344.562						
1979	15.251.604	10.138.761							
1980	16.354.053								

TABEL 3

Aantal	*ongevallen* (: duizend) en	*Ontvangen premies* (in duizenden franken)
1972	617	11.840.667
1973	643	13.764.504
1974	620	16.908.054
1975	625	19.852.886
1976	649	22.531.977
1977	692	24.871.042
1978	694	27.771.025
1979	704	29.035.241
1980	654	30.779.581

B. *Gevolgen van de resultaten van de methodes*

De door de verschillende methoden uitgebreide driehoek geeft ons o.a. inzicht in de nodige netto premie, en de overschatting van de reserves. Ze laten eveneens toe schattingen van de winst in de volgende jaren te voorspellen.

1. De netto-betalingen

Indien de $(k+1)$ elementen van eenzelfde rij van de matrix der betalingen worden opgeteld bekomen we het bedrag dat de verzekeringsmaatschappij zal moeten uitbetalen voor schadegevallen opgetreden gedurende dat bepaald voorvalsjaar en die geregeld zijn in één van de $(k+1)$ beschouwde regelingsjaren. Telt men bij deze som de reserves op die nog uitstaan op het einde van de k^{de} afwikkelingsjaar (reserves zullen aangewend worden in de volgende jaren voor de afhandeling van de nog niet geregelde schadegevallen) dan bekomt men het totale bedrag dat de verzekeringsmaatschappij zal moeten betalen voor regeling van schadegevallen die in dat bepaald jaar gebeurd zijn. Dit bedrag zal worden aangeduid met de benaming "netto-betalingen". Onderstaande tabel geeft de netto-betalingen voor de jaren 1972 tot en met 1980 voor het risico B.A. personenwagens, geschat volgens elk der 12 besproken methoden.

TABEL 4

netto-betalingen voor het risico B.A. Personenwagens: (× 1.000.000)

voor-vals-jaar	chain-ladder	variante 1	variante 2	variante 3	variante 4	variante 5	variante 6	kleinste kwa-draten	methode van Straub	credibi-liteits-methode	reken-kundige separatie	geome-trische separatie
1972	8.689	8.689	8.689	8.689	8.689	8.689	8.689	8.689	–	8.689	8.689	8.689
1973	9.917	9.917	9.917	9.917	9.938	9.898	9.931	9.917	9.904	9.960	9.910	9.917
1974	10.111	10.112	10.111	10.110	10.164	10.047	10.132	10.139	15.587	10.362	10.088	10.098
1975	11.209	11.137	11.208	11.131	11.264	11.058	11.186	11.269	15.837	11.583	11.105	11.116
1976	13.191	12.990	13.187	12.991	13.223	12.809	13.046	13.287	20.527	13.632	12.912	12.917
1977	15.916	15.287	15.896	15.590	15.930	15.106	15.515	16.033	23.531	16.375	15.355	15.335
1978	17.555	16.248	17.511	17.196	17.643	16.139	16.860	17.637	25.158	18.142	16.698	16.632
1979	18.794	16.619	18.712	18.795	19.383	16.611	18.113	18.770	22.599	19.401	17.L894	17.755
1980	20.425	16.874	20.253	19.875	20.565	16.982	18.698	20.268	21.673	21.036	18.194	17.842

Merken we nog op dat deze netto-betalingen volgens het netto-verwachtingswaardeprincipe vergelijkbaar zijn met netto premie (niet met de in 3.1. vermelde bruto premies die een opslag in zich dragen voor algemene onkosten en commissielonen).

2. Overschatting van de reserves

Indien men van deze netto-betalingen de bedragen aftrekt die in het voorvaljaar zelf betaald zijn, bekomt men het bedrag dat zou moeten overeenstemmen met de uitgezette reserves op het einde van het voorvalsjaar. Zo kan men nagaan met hoeveel procent deze reserves overschat zijn (of anders uitgedrukt zijn, een impliciete veiligheidsmarge bezitten). Onderstaande tabel 5 geeft de percentages van de uitgezette reserves op het einde van het voorvalsjaar, nodig voor het voldoen van de verdere betalingen.

3. Schattingen voor het eerstvolgend boekjaar

Het is voor de verzekeraar van essentieel belang een schatting te kennen van het schadebedrag dat het volgend boekjaar dient uitbetaald te worden voor ongevallen die reeds gebeurd zijn (en die de beslissing aangaande de beleggingen op lange of op korte termijn kunnen beïnvloeden). De eerste geschatte diagonaal in de matrix (namelijk die waarvoor de som der kolom en rij-indices gelijk is aan $k+1$) geeft juist deze schattingen. De onderstaande tabel geeft de reële cijfers voor betalingen en uitgezette reserves in 1981 voor de burgerlijke aansprakelijkheid van personenwagens.

Deze totalen worden vergeleken met de som van de overeenkomstige geschatte getallen. Dat we ook de som van de betalingen en de reserves berekenen en vergelijken steunt op de idee dat een overschatting van de betalingen een onderschatting van de reserves tot gevolg zou hebben en omgekeerd.

TABEL 5

Overschattingen van de reserve van het risico B.A. personenwagens

voor-vals-jaar	chain-ladder	variante 1	variante 2	variante 3	variante 4	variante 5	variante 6	kleinste kwa-draten	methode van Straub	credibi-liteits-methode	reken-kundige separatie	geome-trische separatie
1972	92,407	92,407	92,407	92,407	92,407	92,407	92,407	92,407	–	92,407	92,407	92,407
1973	93,710	93,710	93,710	93,710	93,989	93,475	93,891	93,716	93,546	94,267	93,623	93,716
1974	87,427	87,441	87,427	87,422	88,040	86,686	87,672	87,754	150,950	90,343	87,162	87,280
1975	79,934	79,213	79,923	79,159	80,483	78,425	79,706	80,527	126,114	83,666	78,896	79,000
1976	82,775	81,036	82,742	81,047	83,058	79,464	81,521	83,611	146,441	86,608	80,362	80,398
1977	85,614	80,845	85,466	83,144	85,723	79,471	82,570	86,503	143,401	89,102	81,361	81,204
1978	84,737	75,841	84,436	82,291	85,338	75,099	80,004	85,293	136,502	88,734	78,903	78,450
1979	87,980	73,721	87,446	87,987	91,845	73,671	83,516	87,822	112,932	91,962	82,080	81,170
1980	90,069	68,355	89,016	86,706	90,924	69,016	79,510	89,107	97,702	93,803	76,428	74,275

Indien de uitgezette reserve 1.000 F is en er dient slechts 900 F betaald te worden dan wordt in de tabel 90 vermeld, d.w.z. dat de reserve met 10% overschat werd.

TABEL 6

voorvalsjaar	betalingen (×1.000)	reserves (×1.000)	betalingen + reserves (×1.000)
1980	5.018.154	11.355.950	16.374.104
1979	1.554.095	7.799.404	9.353.499
1978	1.147.229	5.727.467	6.874.696
1977	866.548	4.116.845	4.983.393
1976	571.218	2.534.624	3.105.842
1975	313.801	1.647.391	1.961.192
1974	293.402	1.075.563	1.368.965
1973	233.537	901.217	1.134.754
totaal	9.997.984	35.158.461	45.156.445

TABEL 7

schattings-methode	geschatte betalingen (1)	procen-tuele af-wijking(2)	geschatte reserves (3)	procen-tuele af wijking(4)	betalingen + reserves (5)	procen-tuele af-wijking(6)
chain-ladder	10.985.209	9,8742	34.693.662	–1,3220	45.678.871	1,1569
variante 1	9.464.224	–5,3387	34.025.301	–3,2230	43.489.525	–3,6914
variante 2	10.878.034	8,8023	34.669.840	–1,3898	45.547.874	0,8668
variante 3	11.052.929	10,5516	35.930.977	2,1972	46.983.906	4,0470
variante 4	11.113.117	11,1536	35.763.489	1,7209	46.876.606	3,8093
variante 5	9.559.662	54,3841	34.416.204	–2,1112	43.975.866	–2,6144
variante 6	10.172.607	1,7466	35.786.624	1,7867	45.959.231	1,7778
kleinste kwadraten	10.894.304	8,9650	34.691.215	–1,3290	45.585.519	–0,9502
methode van Straub	13.158.975	31,6163	41.239.618	17,2964	54.398.593	20,4670
credibiliteits-methode	11.282.827	12,8510	35.815.935	1,8700	47.098.762	4,3013
rekenkundige separatie	10.222.166	2,2423	33.950.959	–3,4345	44.173.125	–2,1776
geometrische separatie	9.930.458	–0,6754	34.031.643	–3,2050	43.962.101	–2,6449

Procentuele afwijking tussen geschatte en werkelijke resultaten voor het risico burgerlijke aansprakelijkheid personenwagens.

$$(2) = \left(\frac{(1)}{9.997.984} - 1\right) \times 100 \qquad (6) = \left(\frac{(5)}{45.156.445} - 1\right) \times 100$$

$$(4) = \left(\frac{(3)}{35.158.461} - 1\right) \times 100$$

Tot slot vermelden we nog de procentuele afwijkingen tussen de geschatte en de werkelijke resultaten voor alle risico's van de tak burgerlijke aansprakelijkheid motorrijtuigen in onderstaande tabellen.

TABEL 8

Procentuele afwijking tussen geschatte en werkelijke resultaten

Geschat risico	Chain ladder	Variante 1	Variante 2	Variante 3	Variante 4	Variante 5	Variante 6	Kl. Kwadraten	Straub	Credibility	Rekenk. separa	Geoh. separa
						BETALINGEN						
Autobus	8.07	4.95	6.14	82	2.72	10.00	14.77	9.42	–30.46	7.54	–.36	–8.23
Taxi	11.89	–.36	10.17	5.38	6.33	1.09	2.41	11.55	71.16	13.19	8.09	–.85
V.R.D.	4.03	–2.84	3.14	9.20	9.22	–6.11	2.49	4.07	17.82	3.91	.91	.18
V.E.R.	5.09	–1.67	3.93	2.47	3.00	–3.32	–.49	5.14	–18.49	3.57	3.86	–4.19
Personen	9.87	–5.34	8.80	10.55	11.15	–4.38	1.75	8.97	31.62	12.85	2.24	–.68
Moto's	.50	–6.28	.70	1.62	1.47	2.95	2.05	–.17	–6.71	3.06	–5.03	–9.64
Totaal	8.71	–4.25	7.55	8.49	9.13	–3.29	1.08	8.07	–18.19	10.73	.87	–1.74
						Reserves						
Autobus	3.24	7.34	2.60	4.50	–6.50	5.24	–3.67	4.40	–13.45	–11.19	8.50	–8.12
Taxi	–5.16	10.77	–4.88	–12.71	–17.74	14.94	19.92	–3.83	–165.95	–8.09	10.48	–6.16
V.R.D.	2.87	–2.11	2.04	13.02	10.46	–1.85	7.30	3.46	14.57	4.44	.35	1.15
V.E.R.	–3.03	–1.96	–3.04	–1.81	–1.98	–1.24	2.05	–3.04	–12.67	–8.11	–2.28	–2.27
Personen	–1.32	–3.22	–1.39	2.20	1.72	–2.11	1.79	–1.33	17.30	–1.87	–3.43	–3.20
Moto's	–1.96	–3.66	–1.80	15.22	10.20	–2.61	9.12	–2.16	–26.17	2.61	–8.35	–2.49
Totaal	–1.26	–2.63	–1.30	2.40	1.84	–1.64	1.33	–1.28	10.89	.24	–3.45	–2.99
						Betalingen en reserves						
Autobus	4.06	6.94	3.20	–3.60	–4.94	6.04	–.55	5.25	–16.32	–8.03	7.00	–8.14
Taxi	–1.62	8.46	–1.76	–8.95	–12.74	12.06	16.28	–.64	–116.73	–3.67	9.99	–5.06
V.R.D.	3.13	–2.28	2.30	12.14	10.18	–2.84	6.19	3.60	15.32	4.32	.48	.92
V.E.R.	–1.15	–1.90	–1.43	–.82	–.83	–1.72	1.46	–1.15	–14.02	–5.41	–.86	–2.72
Personen	1.16	–3.69	.87	4.05	3.81	–2.61	1.78	.95	20.47	4.30	–2.18	–2.64
Moto's	–1.54	–4.11	–1.37	12.88	8.70	–1.65	7.90	–1.82	–22.82	2.69	–7.78	–3.72
Totaal	.94	–2.98	.64	3.74	3.44	–2.00	1.27	.77	4.49	2.55	–2.50	–2.72

REFERENTIES

van Eeghen, J., and De Wit, G.W., 1981, Loss reserving methods, *Surveys of Actuarial Studies,* nr. 1.

Taylor, G.C., 1977, Separation of inflation and other effects from the distribution of non-life insurance claim delays, *Astin Bulletin* 9, 1+2, p. 217-230.

Berquist, J.R., and Sherman, R.E., 1977, Loss reserve adequacy testing: comprehensive, systematic approach. *Proceedings Casualty Actuarial Society* 64, p. 123-185.

De Vylder, F., 1978, Estimation of IBNR claims by least squares, *Mitteilungen der Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker,* p. 249-254.

Straub, E., On the calculation of IBNR reserves, *Boleslaw Monic Fund,* p. 123-132.

De Vylder, F., Estimation of IBNR claims by credibility theory, *Insurance Mathematics and Economics* 1, p. 35-40.

Taylor, G.C., 1978, Statistical testing of a non-life insurance run-off model, *Proceedings of the first meeting of the contactgroup "Actuarial Sciences",* p. 37-64.